

AP 2010 – AI

1.0 Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und mit der Umlaufdauer T um ein Zentralgestirn bewegen, gilt das dritte Kepler'sche Gesetz $T^2 = C \cdot R^3$, wobei C eine Konstante ist.

1.1 Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass die Konstante C nur von der Masse m_Z des Zentralgestirns abhängig ist. [4]

1.2.0 Bisher sind 63 Monde des Jupiters bekannt. Bereits im Jahre 1610 wurden die Jupitermonde Io, Europa, Ganymed und Kallisto entdeckt. Diese Monde bewegen sich um den Jupiter auf elliptischen Bahnen, die man in guter Näherung als Kreisbahnen ansehen kann. Der Radius R einer solchen Kreisbahn ist gleich der mittleren Entfernung des Massenmittelpunktes des Mondes vom Massenmittelpunkt des Jupiters.

In der unten stehenden Tabelle sind die Radien R der Umlaufbahnen und die Umlaufdauern T für drei der oben genannten Jupitermonde angegeben.

Name des Mondes	Europa	Ganymed	Kallisto
R in 10^8 m	6,71	10,7	18,8
T in Tagen	3,55	7,16	16,69

1.2.1 Bestätigen Sie das dritte Kepler'sche Gesetz durch graphische Auswertung der unter 1.2.0 vorgegebenen Tabelle. [5]

Verwenden Sie dabei folgenden Maßstab: $5 \cdot 10^{26} \text{ m}^3 \hat{=} 1 \text{ cm}$; $20 \cdot 10^{10} \text{ s}^2 \hat{=} 1 \text{ cm}$

1.2.2 Bestimmen Sie aus dem Diagramm von 1.2.1 die Keplerkonstante C_{Ju} für den Jupiter als Zentralgestirn. [2]
[Ergebnis: $C_{\text{Ju}} = 3,1 \cdot 10^{-16} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$]

1.2.3 Berechnen Sie aus der Konstanten C_{Ju} die Masse m_{Ju} des Jupiters. [4]

1.3.0 Der Jupitermond Jo hat die Masse $m_{\text{Jo}} = 8,94 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ und den Radius $r_{\text{Jo}} = 1,82 \cdot 10^6 \text{ m}$. Für einen Umlauf um den Jupiter benötigt er die Zeit $T_{\text{Jo}} = 1,77 \text{ d}$.

Die Rotation des Mondes Jo um die eigene Achse soll unberücksichtigt bleiben.

1.3.1 Berechnen Sie den Betrag v_{Jo} der Bahngeschwindigkeit \vec{v}_{Jo} des Jupitermondes Jo. [4]

1.3.2 Berechnen Sie den Betrag g der Fallbeschleunigung, die ein Körper an der Oberfläche des Mondes Jo erfährt. [3]